

26 Cinémomètre

a) Pendant que la cible effectue une distance D pour rejoindre le cinémomètre, l'émetteur virtuel effectue une distance $2D$. La vitesse de cet émetteur virtuel vaut donc $2v$.

Aide n° 1

L'émetteur virtuel étant le symétrique de l'émetteur par rapport à la cible, il effectue, par rapport au récepteur, un trajet deux fois plus long que celui de la cible.

On est donc bien dans les conditions d'observation de l'effet Doppler : il y a un mouvement relatif de l'émetteur virtuel par rapport au récepteur.

b) Par application de la relation donnée dans l'énoncé : $f_D = \frac{2f_0v}{c}$
on obtient $v = \frac{f_D \times c}{2 \times f_0} = \frac{2\,587 \times 3,00 \times 10^8}{2 \times 24,125 \times 10^9} = 16,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Aide n° 2

La condition d'apparition de l'effet Doppler est donnée dans le cours.

↳ Cours 4 p. 470

c) Pour déterminer la moyenne \bar{v} , on calcule la somme des valeurs et on divise par le nombre de termes : $\bar{v} = \frac{905,7}{10} = 90,6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

Aide n° 3

On pourra utiliser un tableur pour calculer la moyenne et l'écart-type de la série de valeurs.

↳ Fiche 6 p. 602

Pour déterminer l'incertitude $\nu(v)$, on calcule les carrés des écarts $(v_i - \bar{v})^2$, puis on les somme, on divise par 9 ($N = 10$ donc $N - 1 = 9$) et on calcule la racine carrée du résultat. On obtient $\sigma_{n-1} = 1,51 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

On en déduit : $\nu(v) = \frac{2 \times 1,51}{\sqrt{10}} = 1,0 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

On écrit enfin : $v = (90,6 \pm 1,0) \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

d) On calcule l'incertitude relative : $\frac{\nu(v)}{v} = \frac{1,0}{90,6} = 0,011 = 1,1 \% < 5 \%$

La condition est donc vérifiée.

Hatier

53 a. $f_R < f_E$, la fréquence reçue est inférieure à la fréquence émise. Cela correspond à un éloignement.

b. Comme $\frac{\delta f}{f_E} = 1,47 \times 10^{-2}$, on a :

$$v = c \frac{\delta f}{f_E} = 340 \times (1,47 \times 10^{-2}) = 5,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

54 a. $\frac{c}{c+v} < 1$ donc $f_R < f_E$.

b. La fréquence diminue donc la longueur d'onde augmente et $\lambda_R > \lambda_E$.

c. La valeur de la longueur d'onde augmente, elle se décale vers les grandes longueurs d'onde, c'est-à-dire le rouge, d'où le terme de redshift.

24 1. La fréquence du La# est supérieure à celle du La. Le train s'approche donc.

$$2. f_R = f \times \frac{v_{\text{onde}}}{v_{\text{onde}} - v}$$

$$\text{donc } v = v_{\text{onde}} - \frac{f \times v_{\text{onde}}}{f_R} = 340 - \frac{440 \times 340}{466} = 19 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

67 1. 1,0 cm sur le schéma correspondent à 1,0 m. Pour l'onde perçue lorsque l'hélicoptère est immobile, cinq longueurs d'onde soit $5\lambda_0$ correspondent à 21 mm sur le schéma donc à 2,1 m et $\lambda_0 = \frac{2,1}{5} = 0,42 \text{ m}$.

Lorsque l'hélicoptère est en mouvement, de même, $\lambda' = \frac{1,75}{5} = 0,35 \text{ m}$.

$$2. c_{\text{son}} = \lambda_0 f_E = 0,42 \times 810 = 3,4 \times 10^2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$3. f_R = \frac{c_{\text{son}}}{\lambda'} = \frac{3,4 \times 10^2}{0,35} = 9,7 \times 10^2 \text{ Hz}$$

La fréquence augmente, ce qui signifie que l'hélicoptère s'approche.

4. La relation donnée par l'énoncé s'écrit :

$$\frac{1}{f_R} = \frac{1}{f_E} \left(1 - \frac{v}{c_{\text{son}}}\right) \text{ donc } (c_{\text{son}} - v)f_R = f_E$$

$$\text{donc } v = c_{\text{son}} \left(1 - \frac{f_E}{f_R}\right) = 56 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \text{ soit } v \approx 200 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Aide pour l'exercice 28

Il faut calculer deux valeurs de la vitesse ; une fois en prenant $\theta = 25^\circ$ et l'autre en prenant $\theta = 29^\circ$.

Il faut faire attention aux unités et veiller à ce que la calculatrice soit en mode degrés.

Exercice 28 : Radar automobile

Exploiter la relation du décalage Doppler

Données du problème

Fréquence émise : $f_e = 24,1 \text{ GHz} = 24,1 \times 10^9 \text{ Hz}$

Écart de fréquence mesuré : $\Delta f = 5,87 \text{ kHz} = 5\,870 \text{ Hz}$

Angle θ : $25^\circ \leq \theta \leq 29^\circ$

Célérité des ondes électromagnétiques : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Relation utilisée : $\Delta f = (2 \times \cos\theta \times f_e \times v) / c$

Question 1 — Encadrement de la vitesse

Objectif : On isole v dans la formule du décalage Doppler :

$$\Delta f = (2 \times \cos\theta \times f_e \times v) / c$$

$$v = (\Delta f \times c) / (2 \times \cos\theta \times f_e)$$

Remarque importante : La fonction cosinus est décroissante sur $[0^\circ ; 90^\circ]$, donc $\cos\theta$ est plus grand pour $\theta = 25^\circ$ que pour $\theta = 29^\circ$. Comme v est inversement proportionnel à $\cos\theta$, v sera minimale pour $\theta = 25^\circ$ et maximale pour $\theta = 29^\circ$.

Calcul de v_{\min} (pour $\theta = 25^\circ$)

$\cos(25^\circ) \approx 0,9063$

$$v_{\min} = (5\,870 \times 3,00 \times 10^8) / (2 \times 0,9063 \times 24,1 \times 10^9)$$

$$v_{\min} = 17\,610 / (43\,683\,480) \approx 40,32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 145,1 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Détail du calcul :

Numérateur : $5\,870 \times 3,00 \times 10^8 = 1,761 \times 10^{12}$

Dénominateur : $2 \times 0,9063 \times 24,1 \times 10^9 = 4,3684 \times 10^{10}$

$$v_{\min} = 1,761 \times 10^{12} / 4,3684 \times 10^{10} \approx 40,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 145 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Calcul de v_{\max} (pour $\theta = 29^\circ$)

$\cos(29^\circ) \approx 0,8746$

$$v_{\max} = (5\,870 \times 3,00 \times 10^8) / (2 \times 0,8746 \times 24,1 \times 10^9)$$

Numérateur : $5\,870 \times 3,00 \times 10^8 = 1,761 \times 10^{12}$

Dénominateur : $2 \times 0,8746 \times 24,1 \times 10^9 = 4,2149 \times 10^{10}$

$$v_{\max} = 1,761 \times 10^{12} / 4,2149 \times 10^{10} \approx 41,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \approx 150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Encadrement final

$$145 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \leq v \leq 150 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

Soit en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: $40,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \leq v \leq 41,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Question 2 — Réduction de $5 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ lors du contrôle

Lors d'un contrôle radar, on ne connaît pas avec précision l'angle θ entre l'axe du radar et la trajectoire du véhicule. Cet angle peut varier selon la position du véhicule sur la route et l'emplacement exact du radar.

Analyse : D'après la relation $\Delta f = (2 \times \cos\theta \times f_e \times v) / c$, la vitesse calculée dépend de $\cos\theta$. Pour un angle θ donné, la vitesse réelle v et la vitesse mesurée v' sont liées par :

$$v = (\Delta f \times c) / (2 \times \cos\theta \times f_e)$$

Si l'angle θ est inconnu et pris à sa valeur maximale (29°), le $\cos\theta$ utilisé est plus faible, ce qui donne une vitesse calculée plus élevée. Inversement, si l'on prend l'angle minimal (25°), $\cos\theta$ est plus grand et la vitesse calculée est plus faible.

Quantification de l'incertitude : L'écart entre v_{\max} et v_{\min} est :

$$\Delta v = 150 - 145 = 5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Conclusion : La vitesse mesurée par le radar est entachée d'une incertitude de $\pm 5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ due à l'imprécision sur l'angle θ . Par mesure de prudence et d'équité envers l'automobiliste, on soustrait $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ à la valeur mesurée afin de retenir la vitesse minimale certaine. Cela permet de ne pas verbaliser un conducteur sur la base d'une mesure qui pourrait surestimer sa vitesse réelle.

27 Avion de chasse

1. Les positions successives de l'avion entre les instants t_0 et t_6 s'obtiennent à partir de la relation entre la valeur de vitesse constante, la distance parcourue et la durée de parcours : $d = v \times \Delta t$. On a ainsi :

Position	Instant	Distance	Distance sur le schéma
M_0	$t_0 = 0 \text{ s}$	$M_0M_0 = 0 \text{ m}$	0,0 cm
M_1	$t_1 = 0,1 \text{ s}$	$M_0M_1 = 20 \text{ m}$	1,0 cm
M_2	$t_2 = 0,2 \text{ s}$	$M_0M_2 = 40 \text{ m}$	2,0 cm
M_3	$t_3 = 0,3 \text{ s}$	$M_0M_3 = 60 \text{ m}$	3,0 cm
M_4	$t_4 = 0,4 \text{ s}$	$M_0M_4 = 80 \text{ m}$	4,0 cm
M_5	$t_5 = 0,5 \text{ s}$	$M_0M_5 = 100 \text{ m}$	5,0 cm
M_6	$t_6 = 0,6 \text{ s}$	$M_0M_6 = 120 \text{ m}$	6,0 cm

Le schéma complet est fait en 2. b.

2. a. L'onde se propage sur une distance $d = v_s \times \Delta t$ et $\Delta t = t_6 - t_1$; on obtient alors :

$$d_5 = v_s \times (t_6 - t_5)$$

$$d_5 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times (0,6 \text{ s} - 0,5 \text{ s}) = 34 \text{ m}$$

soit 1,7 cm à l'échelle proposée ;

$$d_4 = v_s \times (t_6 - t_4)$$

$$d_4 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times (0,6 \text{ s} - 0,4 \text{ s}) = 68 \text{ m}$$

soit 3,4 cm à l'échelle proposée ;

$$d_3 = v_s \times (t_6 - t_3)$$

$$d_3 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times (0,6 \text{ s} - 0,3 \text{ s}) = 102 \text{ m}$$

soit 5,1 cm à l'échelle proposée ;

$$d_2 = v_s \times (t_6 - t_2)$$

$$d_2 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times (0,6 \text{ s} - 0,2 \text{ s}) = 136 \text{ m}$$

soit 6,8 cm à l'échelle proposée ;

$$d_1 = v_s \times (t_6 - t_1) = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times (0,6 \text{ s} - 0,1 \text{ s}) = 170 \text{ m}$$

soit 8,5 cm à l'échelle proposée ;

$$d_0 = v_s \times (t_6 - t_0) = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times (0,6 \text{ s} - 0 \text{ s}) = 204 \text{ m}$$

soit 10,2 cm à l'échelle proposée.

b. Voir le schéma à la fin du chapitre.

3. À l'avant de l'avion, les fronts des ondes sphériques sont plus resserrés qu'en arrière.

Il en résulte qu'il existe deux longueurs d'onde apparentes λ' et λ'' pour un observateur terrestre. La longueur d'onde à l'avant de l'avion, λ' , est plus petite que celle à l'arrière, λ'' .

4. Pour une onde, $\lambda = \frac{v_s}{f}$, à v_s identique, plus la longueur d'onde λ

est courte, plus la fréquence f est grande. Il existe donc deux fréquences f' et f'' pour un observateur terrestre.

Par rapport à la fréquence f de l'onde émise par l'avion dans le référentiel du pilote, l'observateur va entendre un son plus aigu si l'avion se rapproche de lui (car $f' > f$) et un son plus grave si l'avion s'éloigne (car $f'' < f$). C'est l'effet Doppler.

5. D'après les données, on a $\lambda' = \lambda - \frac{v}{f}$ et $\lambda'' = \lambda + \frac{v}{f}$.

$$\text{On en déduit } f' = \frac{v_s}{\lambda'} = \frac{v_s}{\lambda - \frac{v}{f}} = \frac{v_s \times f}{\lambda \times f - v} = \frac{v_s \times f}{v_s - v}$$

$$\text{soit } f' = f \times \frac{v_s}{v_s - v}.$$

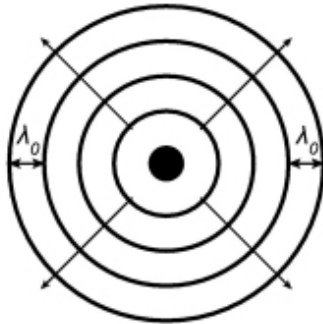
$$\text{Et } f'' = \frac{v_s}{\lambda''} = \frac{v_s}{\lambda + \frac{v}{f}} = \frac{v_s \times f}{\lambda \times f + v} = \frac{v_s \times f}{v_s + v} \text{ soit } f'' = f \times \frac{v_s}{v_s + v}$$

$$\text{D'où le rapport } \frac{f'}{f''} = \frac{v_s + v}{v_s - v} = \frac{340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} + 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} - 200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\text{soit } \frac{f'}{f''} = 3,86.$$

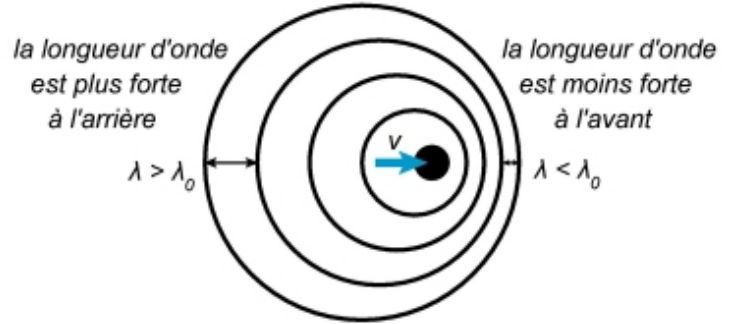
Entre le son perçu quand l'avion s'approche et celui perçu quand il s'éloigne, la fréquence est divisée par 3,86.

cas n°1 : $v = 0$



les ondes se propagent par cercles concentriques autour de la source
 λ_0 est identique en tout point

cas n°2 : $0 < v < c$

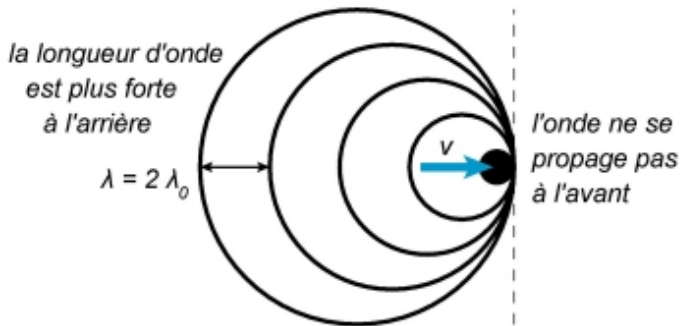


la longueur d'onde est plus forte à l'arrière

la longueur d'onde est moins forte à l'avant

la source se déplace

cas n°3 : $v = c$

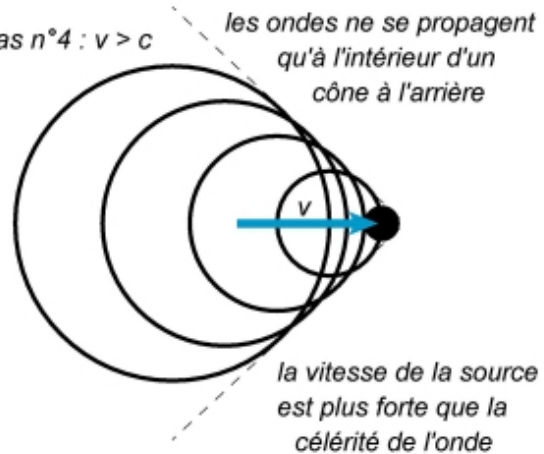


la longueur d'onde est plus forte à l'arrière

l'onde ne se propage pas à l'avant

la vitesse de la source et la célérité de l'onde sont égales

cas n°4 : $v > c$



les ondes ne se propagent qu'à l'intérieur d'un cône à l'arrière

la vitesse de la source est plus forte que la célérité de l'onde